QUINTAS OLIMPIADAS DE FÍSICA Y MATEMÁTICAS
SOLUCIONARIO NIVEL II

FÍSICA

PRIMERA PARTE. NO SE REQUIERE SUSTENTACION

1-. Lanzamos verticalmente hacia arriba dos bolas, una con una velocidad inicial el doble que la otra. Dado que el rozamiento es despreciable, la bola con mayor velocidad inicial alcanzará una altura:

A) $\sqrt{2}$ veces la altura máxima de la otra
B) Doble que la altura máxima de la otra
C) Cuádruple que la máxima altura que la otra
D) El cuadrado de la máxima altura que la otra

SOLUCIÓN:

Para un objeto de cualquier masa en ausencia de rozamiento:

$$\vec{a} = -\vec{g} \simeq -10\, {}^{m}\!/_{s^2}$$

$$V_0 = Velocidad\ Inicial$$

$$V = -10t + V_0$$

$$Para\ \text{V=0} \Rightarrow y_{máx}$$

$$T_s = \frac{V_0}{10} \quad ①$$

$$Para\ V\ inicial = 2V_0$$

$$y'_{máx} = \frac{(2V_0)^2}{20} = 4\left(\frac{V_0{}^2}{20}\right)$$

RTA/: C Cuatro Veces la altura máxima

$$y = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t$$

$$y = \frac{1}{2}(-10)t^2 + V_0 t$$

$$y = -5t^2 + V_0 t$$

$$y_{máx} = -5\left(\frac{V_0}{10}\right)^2 + V_0\frac{V_0}{10}$$

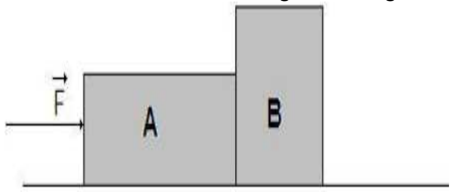
$$y_{máx} = \frac{V_0{}^2}{10} - 5\frac{V_0{}^2}{100}$$

$$= \frac{10V_0{}^2 - 5V_0{}^2}{100}$$

$$y_{máx} = \frac{5V_0{}^2}{100}$$

$$\boxed{y_{máx} = \frac{V_0{}^2}{20}}$$

2-. Se aplica una fuerza constante horizontal **F** que actúa de izquierda a derecha, sobre el bloque **A** el cual a su vez está en contacto con el bloque **B** colocados ambos sobre una superficie horizontal sin rozamiento, tal como se muestra en la siguiente figura:

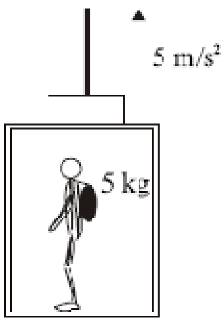


Se sabe que una cucaracha de masa despreciable se encuentra entre los dos bloques. Según esta información es correcto afirmar que:
A) La aceleración del sistema es la misma, si la fuerza se aplica en B, de derecha a izquierda.
B) La posibilidad de que el insecto muera es mayor si $\mathbf{M_A \geq M_B}$ y la fuerza se hace de izquierda a derecha sobre el bloque **A**.
C) La posibilidad de que el insecto muera es mayor si $\mathbf{M_A \geq M_B}$ y la fuerza se hace de derecha a izquierda sobre el bloque **B**.
D) La posibilidad de que el insecto muera es igual si la fuerza aplicada es la misma, ya sea de izquierda a derecha o de derecha a izquierda.

SOLUCIÓN:

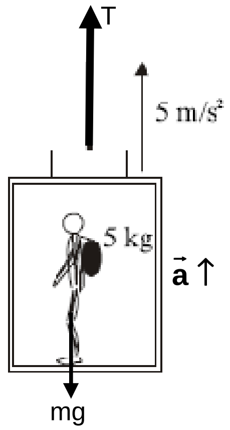
La aceleración del sistema está dada por la expresión $\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m_A + m_B}$ y la fuerza de contacto entre los bloques por $F_{contacto} = \dfrac{M_B \vec{F}}{m_A + m_B}$ cuando la fuerza se hace de izquierda a derecha por $F'_{contacto} = \dfrac{M_A \vec{F}}{m_A + m_B}$ si se hace de derecha a izquierda. Luego la cucaracha tendrá mayor probabilidad de sobrevivir si $\mathbf{M_A \geq M_B}$ y la fuerza se hace de derecha a izquierda. RTA/: C

3-. ¿Cuánto le pesa en **N,** la maleta a Juanita mientras el ascensor sube con una aceleración de 5 m/s^2 si antes de subir al ascensor se registró que la masa de la maleta es de 5 kg? (Nota: tome g ≈ 10 m/s^2)
A) 15 B) 50 C) 55 D) 75



.

SOLUCIÓN



$$\sum Fy = ma$$
$$T - mg = ma$$
$$T = ma + mg$$
$$\boxed{T = m(a+g)} \quad (1)$$

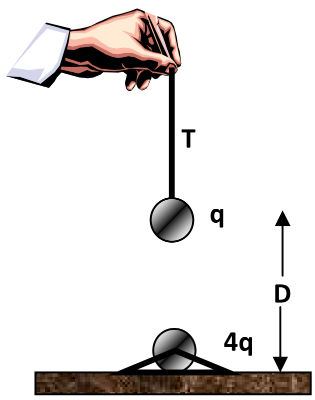
Obsérvese que la tensión es mayor que cuando el ascensor sube o baja con velocidad constante o se halla en reposo, igual sucede con los pesos de los cuerpos que están dentro del ascensor.
Para el caso de la maleta se tiene:

$$W = 5(5+10) = 5*15$$
$$\boxed{W = 75N}$$

RTA/: D

RESPONDA LAS PREGUNTAS 4 Y 5 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN:

Dos esferas 1 y 2 de masas **m** y cargas **q** y **4q** respectivamente están dispuestas en un eje vertical. La esfera 1 pende de un hilo no conductor sostenida por la mano y la esfera 2 esta fija sobre una superficie no conductora como ilustra la figura.



4-.La máxima distancia **D** para la cual la tensión del hilo vale cero es: (K = cte de coulomb)

A) $\mathbf{\dfrac{2Kq^2}{mg}}$ B) $\mathbf{\sqrt{\dfrac{2Kq^2}{mg}}}$

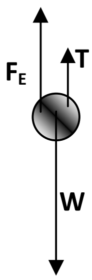
C) $\mathbf{2q\sqrt{\dfrac{K}{mg}}}$ D) $\mathbf{\dfrac{Kq^2}{mg}}$

SOLUCIÓN

Por ser de igual carga, las masa de repelen con más fuerza.

$$F = k\frac{q*4q}{D^2} \quad = \quad k\frac{4q^2}{D^2} \quad ①$$

El diagrama de fuerzas para la esfera que cuelga es:



Donde:
T = tensión
F_E = Fuerza eléctrica
W = peso = m $\vec{g}$

Con el equilibrio:

$$\sum Fy = 0$$

$$FE + T = W$$

$$k\frac{4q^2}{D^2} + T = W \qquad \text{si T=0}$$

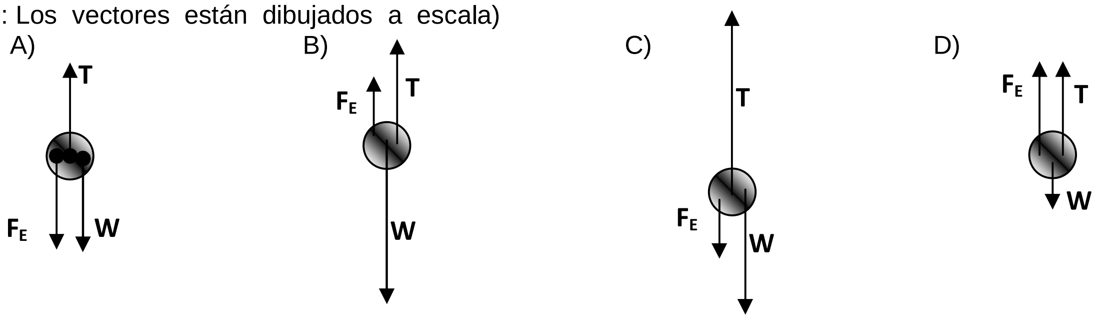
$$k\frac{4q^2}{D^2} = W \quad \Rightarrow \quad \mathrm{D}^2 = \frac{4\mathrm{kq}^2}{\mathrm{W}}$$

$$D = \sqrt{\frac{4\mathrm{kq}^2}{\mathrm{mg}}}$$

$$\boxed{D = 2q\sqrt{\frac{\mathrm{k}}{\mathrm{mg}}}}$$

<u>RTA/: C</u>

5-. El diagrama de fuerzas sobre la esfera 1 es:
T = tensión; F_E = fuerza eléctrica
W = peso de la esfera 1
(Nota : Los vectores están dibujados a escala)

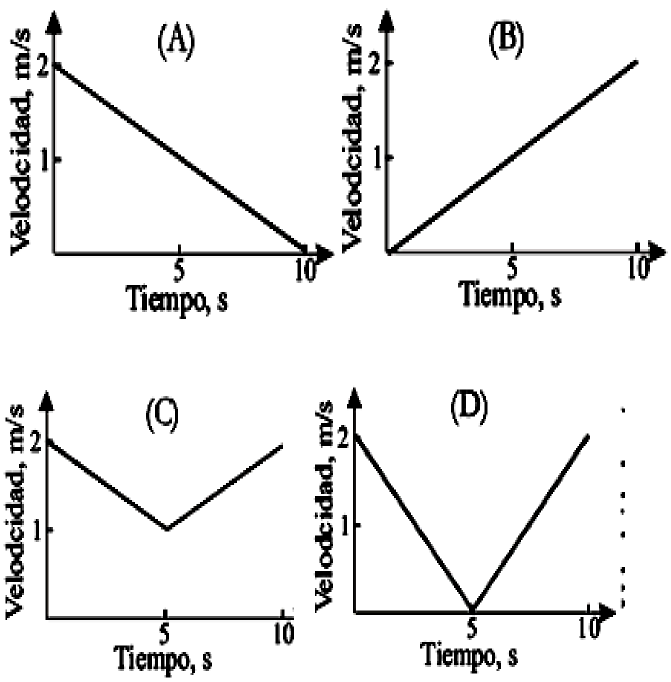


Nótese que se cumple que:
$\overrightarrow{F_E} + \vec{T} = \vec{W}$

RTA/: B

6-. Un automóvil se desplaza a lo largo de una línea recta. Las gráficas que aparecen a continuación muestran la velocidad del automóvil en función del tiempo. La mayor distancia recorrida por el automóvil durante los 10 s corresponde a la

Gráfica:



SOLUCIÓN

Se sabe que el área bajo la curva de la velocidad es igual al desplazamiento, y en A y B el área es de un triangulo y vale:

$$A_A = A_B = \frac{10*2}{2} = 10m$$

El área en C, e puede calcular como la suma del área de dos trapecios así:

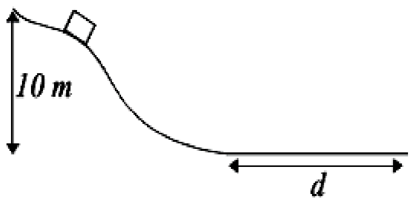
$$A_C = 2\left[\frac{1+2}{2}*5\right] = 2\left[\frac{15}{2}\right] = 15m$$

El área en D corresponde al área de 2 triángulos:

$$A_D = 2\left[\frac{5*2}{2}\right] = 2[5] = 10m$$

RTA/: C

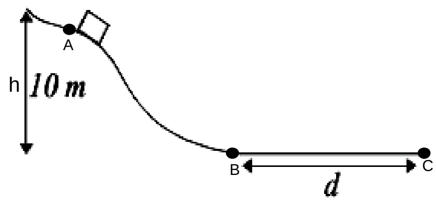
7-. Un cuerpo desciende por una pista sin fricción partiendo del reposo como muestra la figura. Terminado el descenso continúa moviéndose sobre el piso horizontal con fricción (coeficiente de fricción entre el cuerpo y el piso μ = 0,5).



La distancia **d**, en metros, a la que se detiene el cuerpo es

A) 5 B) 10 C) 20 D) 50

SOLUCIÓN



$$E_A = mgh \qquad E_C = 0$$

$$E_A = E_C + W_{roz}$$

$$mgh = 0 + F_{roz} * d$$

$$mgh = \mu \vec{N} d \qquad \text{Pero } \vec{N} = m\vec{g}$$

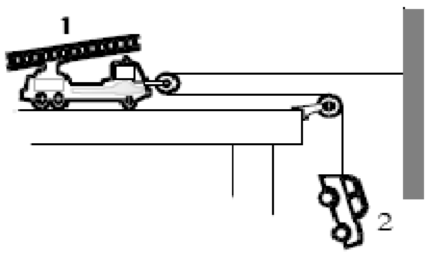
$$\cancel{mg}\,h = \mu * \cancel{mg}\,h * d$$

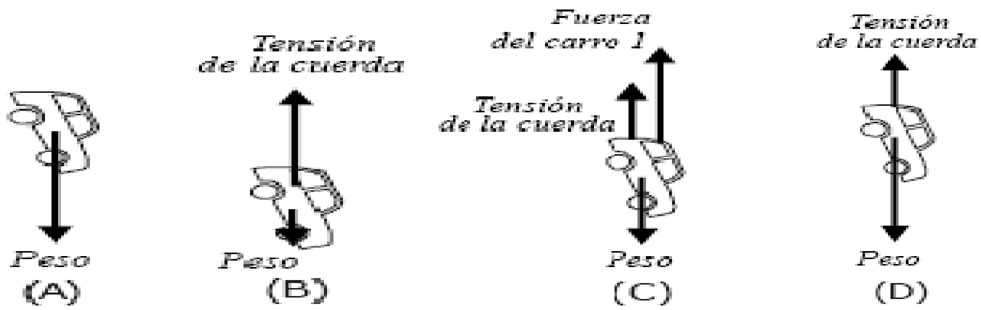
$$h = \mu d \quad \text{ó} \quad d = \frac{h}{\mu}$$

$$d = \frac{10}{0.5} \Rightarrow \boxed{d = 20\text{m}} \qquad \boxed{\text{RTA/: C}}$$

SEGUNDA PARTE. ES OBLIGATORIA LA SUSTENTACION RIGUROSA Y CLARA DE CADA PROBLEMA

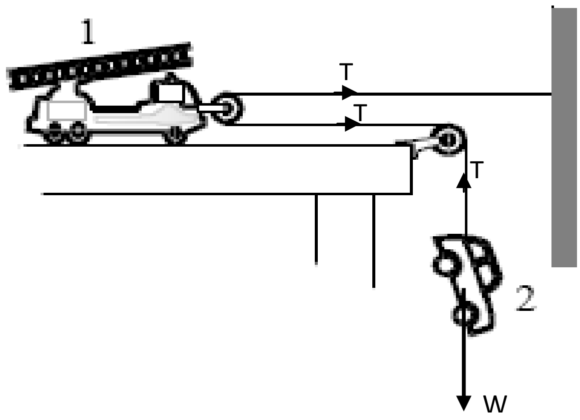
8-. Un niño que juega con sus carros de colección, con dos poleas y una cuerda (poleas y cuerdas de masas despreciables), los coloca como se muestra en la figura y se da cuenta que el carro **2** cae con aceleración constante. De los siguientes diagramas de las fuerzas que actúan sobre el carro **2** el más adecuado es el mostrado en:





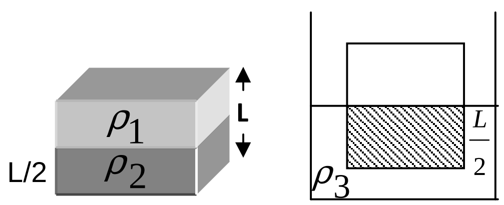
SOLUCIÓN

Por la conservación de la energía, el cuerpo que se mueve en el plano vertical, lo hace con una aceleración doble que el otro y el diagrama de fuerzas correspondientes a cada carro es:



RTA/: D

9-. Un bloque cúbico de arista L está constituido por dos materiales como muestra la figura 1. el bloque se coloca en un recipiente con liquido y flota como muestra la figura 2. La densidad del líquido es igual a:

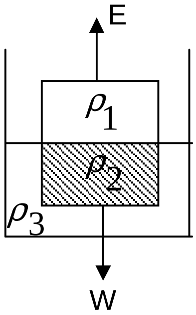


A) $\dfrac{\rho_1 + \rho_2}{2}$ B) ρ_2

C) $\rho_1 + \rho_2$ D) $\rho_2 - \rho_1$

SOLUCIÓN

Aplicando el principio de flotación:



E = empuje

W = peso

$$\sum Fy = 0$$

$$E = W$$

$$\rho_3 \cancel{g} V_s = mg = (M_1 + M_2)\cancel{g}$$

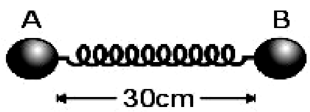
$$\rho_3 \frac{V}{2} = \left(\rho_1 \frac{V}{2} + \rho_2 \frac{V}{2} \right)$$

$$\frac{\rho_3}{\cancel{2}} \cancel{V} = \frac{\cancel{V}}{\cancel{2}} (\rho_1 + \rho_2)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\rho_3 = (\rho_1 + \rho_2)}$$

RTA/: C

10-. Dos esferas pequeñas están unidas por un resorte de longitud natural 30 cm. Las esferas se cargan eléctricamente con cargas Q y 2Q como se muestra en la figura.



La fuerzas netas sobre le resorte luego de cargar las esferas están ilustradas en el dibujo:

A)

B)

C)

D)

SOLUCIÓN

Como las cargas de igual signo, se repelen con una fuerza dada por la LEY DE OHM.

$$\vec{F} = k' \frac{q_1 q_2}{d^2}$$

$$\vec{F} = k' \frac{Q * 2Q}{d^2} = k' \frac{2Q^2}{d^2} \quad ①$$

Y esta es la fuerza que soporta el resorte por la Ley de Hooke $\vec{F} = K\vec{X}$ ②

Igualando ①=②

$$k'\frac{2Q^2}{d^2} = K\overrightarrow{X} \qquad d = 30 + \overrightarrow{X}$$

$$\boxed{k = \frac{2k'Q^2}{x(30+x)^2}}$$

Dado que la fuerza de rechazo entre las masas es idéntica y única, cada tira del extremo correspondiente del resorte del resorte con una fuerza f quedando el diagrama de fuerzas:

RTA/: B

MATEMÁTICAS

PRIMERA PARTE. NO SE REQUIERE SUSTENTACIÓN

11-. Determine el dígito que debe ir en el espacio en la siguiente serie: **2, 3, 4, 6, 9, 13, __, 28, 42, 63,…**

A) 18 B) 19 C) 20 D) 21

SOLUCIÓN

Obsérvese con detenimiento que

$$3 = 2 + 1 = 2 + \left[\frac{2}{2}\right]$$

$$4 = 3 + 1 = 3 + \left[\frac{3}{2}\right]$$

$$6 = 4 + 2 = 4 + \left[\frac{4}{2}\right]$$

$$9 = 6 + 3 = 6 + \left[\frac{6}{2}\right]$$

$$13 = 9 + 4 = 9 + \left[\frac{9}{2}\right]$$

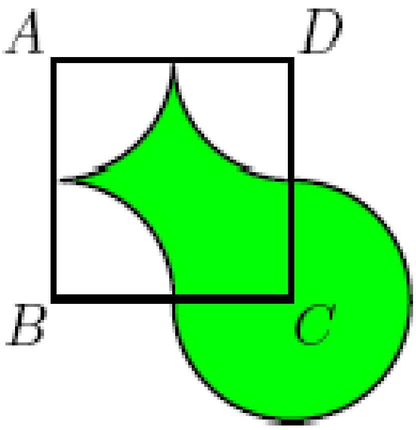
$$\boxed{a_n = a_{n-1} + \left[\frac{a_{n-1}}{2}\right]}$$

Es decir, cada número es igual a su antecesor más la mitad de este, por defecto, luego:

$$13 + \left[\frac{12}{2}\right] = 13 + 6 = 19$$

RTA/: B

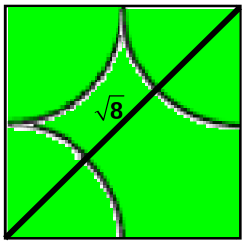
12-. La diagonal del cuadrado **ABCD** es $\sqrt{8}$ cm. El área sombreada vale, en cm^2.



A) 1,5 B) $\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{2}$ D) 4

SOLUCIÓN

El área sombreada es igual al área del cuadrado, pues la parte externa equivale a ¾ del círculo que falta para "llenar" el cuadrado.



$$A_{\square} = L^2 = \left(\frac{d}{\sqrt{2}}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{8}{2}$$

$$\boxed{A_{\square} = A_s = 4cm^2}$$

13-. Una campesina llegó al mercado a vender huevos. La primera clienta le compró la mitad de todos los huevos más medio huevo. La segunda clienta adquirió la mitad de los huevos que le quedaban más medio huevo. La tercera clienta compró la mitad de los huevos restantes más medio huevo, quedando así la campesina con siete huevos. Si no rompió ningún huevo, los huevos llevó al mercado la campesina fueron:

A) 15 B) 29 C) 59 D) 63

SOLUCIÓN

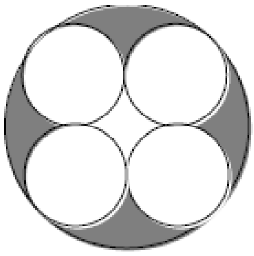
Resolvámoslo por la técnica del "Rebobinado" así:

$$7 \rightarrow (7+\frac{1}{2})2 = 15 \rightarrow (15+\frac{1}{2})2 = 31 \rightarrow (15+\frac{1}{2})2 = 31 \rightarrow (31+\frac{1}{2})2 = 63$$

La campesina llevó 63 huevos al mercado

RTA/: D

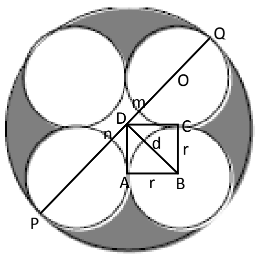
14-. En la figura adjunta el radio de las circunferencias pequeñas es de 5 cm. Determinar cuánto mide el radio de la circunferencia grande.



A) **R = $5(\sqrt{2}+1)$cm** B) **R = $4(\sqrt{2}-1)$cm**

C) **R = $10(\sqrt{2}+1)$cm** D) **R = $10(\sqrt{2}-1)$cm**

Sea r el radio de la circunferencia pequeña y R el radio de la grande.



$d^2 = r^2 + r^2$

$d^2 = 2r^2$

$d = r\sqrt{2}$ ①

También $\overline{OD} = d = r\sqrt{2}$ ②

$\overline{nD} = \overline{Dm} = d - r$

$\overline{nD} = \overline{Dm} = r\sqrt{2} - r$

finalmente

$R = \overline{Qm} + \overline{mD}$

$R = 2r + \overline{mD}$

$R = 2r + r\sqrt{2} - r$

$R = r + r\sqrt{2}$

$R = r(\sqrt{2} + 1)$

$R = 5(\sqrt{2} + 1)$